

Corso di Calcolo Numerico

Corso di Laurea in Matematica - Docenti: C. Tablino Possio, M. Rossini

Prova scritta del 18 giugno 2012

Studente:

1. Si consideri il seguente sistema di numeri floating point:

$$\mathcal{F} = \{\pm 0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \cdot 10^e, 1 \leq \alpha_1 \leq 9, 0 \leq \alpha_2, \alpha_3 \leq 9, -4 \leq e \leq 4\} \cup \{0\}.$$

- Calcolare il più piccolo e il più grande numero positivo di \mathcal{F} . 1 punto
- Determinare il primo segmento dove si hanno solo più numeri interi non consecutivi. 1 punto
- Siano $x = 1.01$, $y = 0.1246$ e $z = 0.1244$. Calcolare in \mathcal{F} le espressioni $x(y - z)$ e $xy - xz$ e il corrispondente errore relativo. 3 punti
- Calcolare la prima iterata del metodo di Newton per il calcolo delle radici della funzione $f(x) = x^2 - 1$ con valore di innesco $x_0 = 1.15$. 3 punti

2. Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matrice triangolare inferiore non singolare.

Descrivere la fattorizzazione LU (senza pivot)

- della matrice A , 3 punti
- della matrice A^T , 2 punti
- della matrice AA^T . 5 punti

Considerare eventualmente come riferimento una fissata matrice $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

3. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & -1 & 0 \\ -1 & 2+a & -1 \\ 0 & -1 & 2+a \end{bmatrix}, \quad a \geq 0.$$

Facendo uso dei teoremi di Gershgorin dare una stima del raggio spettrale della matrice di iterazione del metodo di Jacobi.

6 punti

4. Si consideri il metodo multipasso lineare

$$y_{n+2} - (1+a)y_{n+1} + ay_n = h(f_{n+1} - af_n), \quad a \in \mathbb{R}.$$

Determinare per quali valori di a

- il metodo ha ordine massimo; 3 punti
- il metodo è convergente. 3 punti

Tempo a disposizione: 2 ore.

Punti totali 30 (ammissione all'orale: minimo 18)

Totale: